

## SIMPLIFICATION D'UNE FONCTION

La simplification d'une fonction peut se faire soit par la méthode algébrique, soit par la méthode graphique.  
Le tableau de Karnaugh est un outil de représentation graphique.  
Il permet par regroupement graphique de combinaisons, de réaliser des simplifications d'équations.

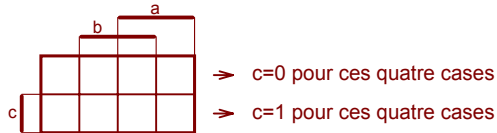
### Exemple :

Soit à simplifier la fonction  $S = \bar{a} b \bar{c} + a \bar{b} c + a b \bar{c} + a b c$

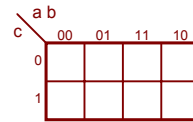
#### Représentation des variables

Le tableau intègre les trois variables a, b, c.  
Deux représentations des variables sont possibles.

Lorsque la variable est à l'état logique 1, elle est représentée par un trait fort.



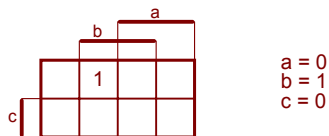
La variable est directement représentée par son état.



#### Emplacement d'une combinaison.

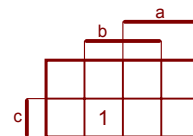
Chaque combinaison élémentaire des variables est représentée par une case.

La première combinaison de l'équation  $\bar{a} b \bar{c}$  se trouve donc à l'emplacement suivant :



Compléter le tableau avec les trois autres combinaisons.

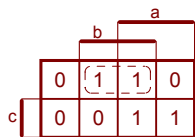
Pour toutes les autres combinaisons, la sortie S est à l'état 0.  
On se retrouve donc avec 4 cases à l'état 1 et 4 cases à l'état 0.



#### Les regroupements.

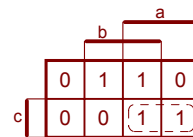
Pour simplifier l'équation, nous allons regrouper graphiquement des cases.

Les cases ne peuvent se regrouper que par paquets de 2, 4 ou 8 cases.



Le deuxième regroupement est le suivant.

Avec ces deux regroupements, nous avons couvert tous les cas pour lesquels la sortie est à l'état 1.



#### L'équation d'un groupement.

Il faut établir l'équation de chaque groupement.  
Dans un premier temps, nous éliminons la ou les variables qui ne font pas partie de l'équation.

On remarque ci-dessus, que le groupement est à cheval sur a et sur le complément de a.  
La variable a ne fait donc pas partie de l'équation.

Il faut que  $b = 1$  et que  $c = 0$  pour que S soit égale à 1.

L'équation du groupement est  $b \bar{c}$

Établir l'équation du groupement ci-dessus.

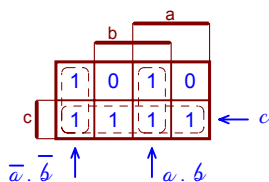
*Équation du groupement :  $a c$*

#### L'équation de la sortie.

Pour la sortie soit à l'état 1, il faut que la condition du premier groupement ou la condition du deuxième soient réalisées.  
L'équation finale peut donc s'écrire :

$$S = a \cdot c + b \cdot \bar{c}$$

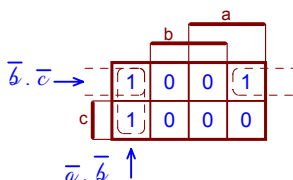
**Exercice :** établir l'équation simplifiée de la sortie  $S = \bar{a} \bar{b} + a b \bar{c} + b c + a c$



*Il y a trois groupements :*

$$S = c + \bar{a} \cdot \bar{b} + a \cdot b$$

**Exercice :** établir l'équation simplifiée de la sortie  $S = \bar{a} \bar{b} \bar{c} + a \bar{b} \bar{c} + \bar{a} \bar{b} c$



*Les bords droit et gauche n'existent pas.*

*On peut boucler ce tableau pour obtenir un cylindre. Les deux bords sont alors confondus.*

$$S = \bar{c} \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot \bar{b}$$

*On pourrait boucler de la même manière les bords supérieur et inférieur pour obtenir un cylindre.*