

SIMPLIFICATION ALGÈBRE D'UNE ÉQUATION

LES RÈGLES DE BASE.

En logique binaire, il existe des règles de base élémentaires, à savoir (ou à déduire) :

$a \cdot 0 = 0$	$a \cdot 1 = a$	$a \cdot a = a$	$a + a = a$	$a \cdot \bar{a} = 0$	$a + \bar{a} = 1$	
$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$	$a \cdot b + a = a$	$\bar{a} \cdot b + a = a + b$				

EXERCICES

Simplifier algébriquement les équations suivantes :

$$S1 = a \cdot b + \bar{a} \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot b$$

$$S1 = a \cdot b + \bar{a} \cdot (\bar{b} + b) = a \cdot b + \bar{a} = b + \bar{a}$$

$$S2 = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c + \bar{a} \cdot b \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{b} \cdot c + \bar{a} \cdot b \cdot c$$

$$S2 = \bar{b} \cdot c \cdot (\bar{a} + a) + \bar{a} \cdot b \cdot (\bar{c} + c) = \bar{b} \cdot c + \bar{a} \cdot b$$

$$S3 = \bar{a} \cdot \bar{b} + a \cdot \bar{b} \cdot c + \bar{a} \cdot b$$

$$S3 = \bar{a} \cdot (\bar{b} + b) + a \cdot \bar{b} = \bar{a} + a \cdot \bar{b} \cdot c = \bar{a} + \bar{b} \cdot c$$

$$S4 = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} + a \cdot b \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot c + a \cdot \bar{b} \cdot c + a \cdot b \cdot c$$

$$S4 = \bar{a} \cdot (\bar{b} \cdot \bar{c} + c) + a \cdot b \cdot (\bar{c} + c) + a \cdot \bar{b} \cdot c = \bar{a} \cdot (\bar{b} + c) + a \cdot b + a \cdot \bar{b} \cdot c = \bar{a} \cdot (\bar{b} + c) + a \cdot (b + \bar{b} \cdot c)$$

$$= \bar{a} \cdot (\bar{b} + c) + a \cdot (b + c) = \bar{a} \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot c + a \cdot b + a \cdot c = \bar{a} \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot c + a \cdot b + a \cdot c = \bar{a} \cdot \bar{b} + a \cdot b + c \cdot (a + \bar{a})$$

$$= \bar{a} \cdot \bar{b} + a \cdot b + c$$

LE THÉORÈME DE MORGAN

LE THÉORÈME DE MORGAN

Pour compléter une expression élémentaire, il faut compléter les deux termes ainsi que l'opérateur.

$$S = a + b \quad \Rightarrow \quad \bar{S} = \overline{a + b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$$

$$S = a \cdot b \quad \Rightarrow \quad \bar{S} = \overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$$

Pour compléter une équation complexe, il faut toujours se ramener à un cas élémentaire.

EXERCICES

Compléter les équations suivantes :

$$S1 = \bar{c} + \bar{a} \cdot b$$

$$\bar{S1} = \bar{\bar{c}} \cdot \overline{(\bar{a} \cdot b)} = c \cdot (a + \bar{b})$$

$$S2 = c \cdot (\bar{a} + b)$$

$$\bar{S2} = \bar{c} + \overline{(\bar{a} + b)} = \bar{c} + a \cdot \bar{b}$$

$$S3 = (\bar{a} + b) \cdot (\bar{c} + d)$$

$$\bar{S3} = \overline{(\bar{a} + b)} \cdot \overline{(\bar{c} + d)} = a \cdot \bar{b} + c \cdot \bar{d}$$

$$S4 = a \cdot b + \bar{c} \cdot \bar{d}$$

$$\bar{S4} = \overline{(a \cdot b)} \cdot \overline{(\bar{c} \cdot \bar{d})} = (\bar{a} + \bar{b}) \cdot (c + d)$$

$$S5 = \bar{a} \cdot b + \bar{c} \cdot (\bar{e} + d)$$

$$\bar{S5} = \overline{(\bar{a} \cdot b)} \cdot \overline{(\bar{c} \cdot (\bar{e} + d))} = (a + \bar{b}) \cdot (c + e \cdot \bar{d})$$